

**UNIVERSITÀ DEGLI STUDI ROMA TRE - MATEMATICA  
ESERCIZI DI AM120**

**A.A. 2025/2026 - ESERCITAZIONE IX**

**Esercizio 1.** Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} \ddot{u} + 2u = 0 \\ u(0) = 0 \\ \dot{u}(0) = 1. \end{cases}$$

**Esercizio 2.** Si consideri il problema di Cauchy

$$\begin{cases} \ddot{u} + \dot{u} + 2u = 0 \\ u(0) = 1 \\ \dot{u}(0) = 0, \end{cases}$$

Mostrare che  $\lim_{t \rightarrow +\infty} u(t) = 0$ .

**Esercizio 3.** Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} \ddot{u} + 4u = e^t \cos(2t) \\ u(0) = 1 \\ \dot{u}(0) = 0, \end{cases}$$

**Esercizio 4.** Calcolare la soluzione  $u_\omega(t)$  del problema di Cauchy

$$\begin{cases} \ddot{u} + u = \sin(\omega t) \\ u(0) = 1 \\ \dot{u}(0) = 0, \end{cases}$$

per  $\omega > 1$ . Calcolare inoltre

$$\lim_{\omega \rightarrow 1^+} u_\omega(t)$$

e mostrare che la funzione limite risolve l'equazione  $\ddot{u} + u = \sin(t)$ .